

TEORIA GIER – zadania zaproponowane przez dr Dorotę Ciolek

Zadanie 1

Rozwiąż grę dwuosobową o sumie zero, gdzie symbolami A i B oznaczono obu graczy, a wektory X i Y oznaczają odpowiednio strategię gracza A i B.

- Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?
- Czy występują strategie zdominowane?
- Podać interpretację słowną otrzymanego wyniku.

| | | B | | |
|---|-------|-------|-------|-------|
| | | y_1 | y_2 | y_3 |
| A | x_1 | 2 | 4 | 6 |
| | x_2 | 3 | 1 | 4 |
| | x_3 | 2 | 3 | 3 |

Zadanie 2

Dana jest gra dwuosobowa o sumie zero, w której każdy z graczy może wybrać liczbę ze zbioru $\{1, 2, 3\}$. Gracz mający mniejszą liczbę wygrywa dwa punkty, z wyjątkiem przypadku, gdy jego liczba jest dokładnie mniejsza o jeden: wtedy przegrywa cztery punkty. Jeśli liczby wskazane przez graczy są równe, nikt nie wygrywa.

- Zapisz macierz wypłaty dla tej gry.
- Rozwiąż tę grę, wskazując który z graczy wygra i ile.
- Wskazać jak powinni grać obaj gracze.

Zadanie 3

Dwóch graczy wybiera liczbę jeden lub dwa, jednocześnie zgadując, jaką liczbę wybrał przeciwnik. Jeśli obaj gracze odgadli lub obaj pomylili się, nic sobie nie płacą. Jeśli odgadł tylko jeden, wygrywa sumę równą liczbie wystawionych palców. Wyznacz:

- Macierze gry obu graczy.
- Modele programowania liniowego umożliwiające wyznaczenie wektorów częstości realizacji poszczególnych strategii obu graczy.
- Wektory częstości realizacji poszczególnych strategii obu graczy.
- Średnią wartość gry.
- Czy gra jest sprawiedliwa? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4

Dwie stacje telewizyjne konkurują o 10 milionową publiczność. Najbardziej zaciekle walczy między godziną 20:00 a 21:00. Stacje telewizyjne jednocześnie i niezależnie od siebie ogłaszają rozkład programu na te godziny. Potencjalne strategie i wynikające z nich efekty oglądalności pierwszej stacji telewizyjnej zawarte są w poniższej tabeli.

| | | Stacja telewizyjna nr 2 | | |
|-------------------------|-----------------|-------------------------|---------------|---------|
| | | Film obyczajowy | Opera mydlana | Komedia |
| Stacja telewizyjna nr 1 | Film obyczajowy | 3,5 | 1,5 | 6,0 |
| | Opera mydlana | 4,5 | 5,8 | 5,0 |
| | Komedia | 3,8 | 1,4 | 7,0 |

Wyznacz:

- Wektory częstości realizacji poszczególnych strategii obu stacji telewizyjnych.
- Średnią wartość gry.

Zadanie 5

Dwóch graczy jednocześnie wybiera liczbę jeden lub dwa, obwieszczając swój wybór wystawiając jeden lub dwa palce. Jeśli suma wystawionych palców jest parzysta, gracz pierwszy wygrywa złotówkę, jeśli suma jest nieparzysta złotówkę wygrywa gracz drugi.

Wyznacz:

- Wektory częstości realizacji poszczególnych strategii obu graczy.
- Średnią wartość gry.
- Czy gra jest sprawiedliwa? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 6

Przedsiębiorstwo przemysłowe może produkować jeden z czterech rodzajów wyrobów w zależności od popytu kształtowanego przez modę (stan natury I, II, III, IV). Wybrać wyrób do produkcji stosując kolejno kryterium Hurwicza ($\gamma = 0,2$) i Savage'a.

| Stan natury | I | II | III | IV |
|-------------|----|----|-----|-----|
| Wyroby | | | | |
| A | 5 | 15 | 10 | 0 |
| B | 10 | 10 | -20 | 30 |
| C | 40 | 0 | 50 | -30 |
| D | 60 | 0 | 20 | 10 |

Zadanie 7

Właściciel straganu owocowo-warzywnego powinien podjąć decyzję dotycząc wielkości dziennej partii zakupu truskawek. Może on nabyć 100, 120, 150, 200 koszyków po 10 zł za koszyk. Stosownie do sytuacji może sprzedać dziennie 100, 130, 180, 200 koszyków zyskując 12 zł przychodu za lubiankę. Zakłada się, że towar nie sprzedany w danym dniu nie nadaje się do spożycia. Określ optymalny wariant decyzji stosując kryterium Hurwicza ($\gamma=0,6$) i Savage'a.