

## Gry z naturą<sup>1</sup>

Gry z naturą to gry dwuosobowe. Przeciwnikiem jest natura, która nie jest zainteresowana wynikiem gry, a więc grę rozwiązuje się tylko z punktu widzenia jednego z graczy. Podejmujący decyzje musi zdecydować się na wybór reguły, są one bowiem oparte na różnych założeniach i dają różne wyniki. Optymalną strategię można wybrać stosując jedną z kilku alternatywnych reguł decyzyjnych:

**1. Kryterium Walda** to kryterium ostrożne (zakłada, że zajdzie sytuacja najmniej korzystna dla podejmujących decyzję). Dlatego dla tej strategii (każdego wiersza macierzy wypłat) należy określić najmniejszą wartość (minimalną wygraną), a następnie wybrać strategię, dla której minimalna wygrana jest największa, czyli:

$$v = \max_i \left\{ \min_j a_{ij} \right\}$$

**2. Punktem wyjścia kryterium Hurwicza** jest wybór współczynnika ostrożności  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq 1$ ). Dla każdej strategii należy obliczyć przeciętną wygraną według wzoru:

$$v_i(\gamma) = \gamma \min_j(a_{ij}) + (1 - \gamma) \max_j(a_{ij})$$

a następnie wybrać tę strategię, dla której  $v_i(\gamma)$ , przyjmuje wartość maksymalną.

Zauważmy, że w zależności od wyboru współczynnika ostrożności reguła Hurwicza może się stać regułą bardzo asekurancą (przy  $\gamma = 1$  pokrywa się z kryterium Walda) albo bardzo hazardową (przy  $\gamma = 0$  sprowadza się do wyboru maksymalnej z maksymalnych wygranych, a więc bardzo optymistycznego).

**3. Kryterium optymistyczne** (dla ryzykantów) polega na określeniu dla każdej strategii maksymalnej wygranej i wyborze strategii, dla której ta maksymalna jest największa, czyli:

$$v = \max_i \left\{ \max_j a_{ij} \right\}$$

**4. Według kryterium Bayesa** najlepsza jest strategia, która daje największą przeciętną wygraną obliczaną dla każdej strategii (przy założeniu, że wszystkie stany natury są jednakowo prawdopodobne) jako zwykłą średnią arytmetyczną według wzoru ( $n$  – liczba stanów natury):

$$v_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

**5. Kryterium Savage'a** spełnia postulat minimalizacji oczekiwanych strat wynikłych z podjęcia przez nas decyzji gorszej niż najlepsza możliwa dla danego stanu natury (z punktu widzenia podejmującego decyzję). Należy wybrać tę strategię, dla której strata relatywna jest najmniejsza. Pierwszym etapem jest znalezienie macierzy strat relatywnych. Strata jest różnicą między największą wygraną możliwą dla danego stanu natury a wygraną odpowiadającą podjętej decyzji. Dla każdej kolumny macierzy wypłat (każdego stanu natury) straty relatywne oblicza się według wzoru:

$$\alpha_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$$

Następnie dla każdej strategii należy określić maksymalną stratę i wybrać strategię, dla której maksymalna strata będzie najmniejsza, czyli:

$$v = \min_i \left\{ \max_j \alpha_{ij} \right\}$$